

# CONFLUENTES MATHEMATICI

Antoine DUCROS

**Espaces de Berkovich, polytopes, squelettes et théorie des modèles : *erratum***

Tome 5, n° 2 (2013), p. 47-48.

[http://cml.cedram.org/item?id=CML\\_2013\\_\\_5\\_2\\_47\\_0](http://cml.cedram.org/item?id=CML_2013__5_2_47_0)

© Les auteurs et Confluentes Mathematici, 2013.

*Tous droits réservés.*

L'accès aux articles de la revue « Confluentes Mathematici » (<http://cml.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://cml.cedram.org/legal/>). Toute reproduction en tout ou partie de cet article sous quelque forme que ce soit pour tout usage autre que l'utilisation à fin strictement personnelle du copiste est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

cedram

Article mis en ligne dans le cadre du  
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques  
<http://www.cedram.org/>

## ESPACES DE BERKOVICH, POLYTOPES, SQUELETTES ET THÉORIE DES MODÈLES : *ERRATUM*

ANTOINE DUCROS

### DESCRIPTION DE L'ERREUR

Dans l'article original [1], nous avons écrit page 36

«Fixons  $i$ . Par ce qui précède, il existe pour tout  $j$  un sous-foncteur fini et  $K$ -définissable de  $\mathcal{O}_{\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}}} \mathcal{V}_i(\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} \mathcal{V}_i)$  constitué de fonctions dont les valuations permettent de détecter l'appartenance à  $\mathbf{T}_{ij}$  d'un point de  $\mathbf{T} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} V_i$ .»

Or si cet énoncé est vrai, il n'est pas, contrairement à ce qui est écrit, une conséquence immédiate de ce qui le précède; un argument supplémentaire est requis, reposant sur un théorème non trivial de [14] (qui décrit en gros les applications définissables du groupe des valeurs vers un espace de réseaux).

Nous proposons donc une nouvelle rédaction du passage, intégralement situé page 36, qui commence par

«Le foncteur

$$\mathbf{S} := \Lambda \mapsto \{\eta_{x,g}\}_{x \in \Lambda^{n-1}, g \in |\Lambda^*|}$$

est un sous-foncteur de  $\widehat{\mathbb{A}_K^n / \mathbb{A}_K^{n-1}}$  qui est  $K$ -définissable : »

et se termine par

«Il existe donc un sous-ensemble fini  $\Theta_i$  de  $\mathcal{O}_{\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}}} \mathcal{V}_i(\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} \mathcal{V}_i)$  tel que les fonctions  $|f|$ , pour  $f$  parcourant  $\Theta_i$ , séparent universellement les points des fibres de  $\mathbf{T} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} V_i \rightarrow \mathbf{S} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} V_i$ . »

### LA NOUVELLE RÉDACTION PROPOSÉE

Le foncteur

$$\mathbf{S} := \Lambda \mapsto \{\eta_{x,g}\}_{x \in \Lambda^{n-1}, g \in |\Lambda^*|}$$

est un sous-foncteur de  $\widehat{\mathbb{A}_K^n / \mathbb{A}_K^{n-1}}$  qui est  $K$ -définissable : il est par sa définition même naturellement isomorphe au produit de  $\mathbb{A}_K^{n-1}$  par le foncteur «groupe des valeurs»  $\mathfrak{G} : \Lambda \mapsto |\Lambda^*|$ . Posons

$$\mathbf{T} = \widehat{\mathcal{X} / \mathbb{A}_K^{n-1}} \times_{\widehat{\mathbb{A}_K^n / \mathbb{A}_K^{n-1}}} \mathbf{S}.$$

Le morphisme de foncteurs  $\mathbf{T} \rightarrow \mathbf{S}$  est  $K$ -définissable et à fibres finies. Soit  $\Lambda \in \mathbf{C}_K$  et soit  $x \in \Lambda^{n-1}$ ; notons  $\mathbf{T}_x$  et  $\mathbf{S}_x$  les fibres de  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{S}$  en  $x$ , vues comme foncteurs de  $\mathbf{C}_\Lambda$  vers  $\mathbf{Ens}$ . Notons que  $\mathbf{S}_x \simeq \mathfrak{G}_\Lambda := \mathfrak{G}|_{\mathbf{C}_\Lambda}$ .

Soit  $\Lambda' \in \mathbf{C}_\Lambda$  et soit  $g \in |(\Lambda')^*|$ . Le couple  $(x, g)$  définit un point de  $\mathbf{S}(\Lambda')$ ; tout antécédent de ce point dans  $\mathbf{T}(\Lambda')$  est par construction algébrique sur l'ensemble de paramètres  $\Lambda \cup \{g\}$ ; il est donc, en vertu du lemme 3.4.12 de [14], *définissable*

sur  $\Lambda \cup \{g\}$ . Autrement dit, il s'écrit comme l'image de  $g$  par une transformation naturelle  $\Lambda$ -définissable de  $\mathfrak{G}_\Lambda$  vers  $\mathbf{T}_x$ .

Par compacité, on en déduit qu'il existe une famille finie  $(\sigma_i)$  de sections  $\Lambda$ -définissables de la flèche  $\mathbf{T}_x \rightarrow \mathbf{S}_x$ , dont les images recouvrent  $\mathbf{T}_x$ ; modulo l'isomorphisme  $\mathbf{S}_x \simeq \mathfrak{G}_\Lambda$ , chaque  $\sigma_i$  peut être vu comme une injection de  $\mathfrak{G}_\Lambda$  dans  $\mathbf{T}_x$ , et l'on a  $\mathbf{T}_x = \bigcup_i \sigma_i(\mathfrak{G}_\Lambda)$ .

Le foncteur  $\mathbf{T}_x$  s'identifie à un sous-foncteur  $\Lambda$ -définissable du foncteur des réseaux de  $\mathcal{E}_x$ . Comme il s'écrit  $\bigcup_i \sigma_i(\mathfrak{G}_\Lambda)$ , le lemme 6.2.2 de [15] (qui repose lui-même sur une étude détaillée, menée dans [14], des familles de transformations naturelles définissables de  $\mathfrak{G}$  vers le foncteur des réseaux) assure l'existence d'une famille finie  $(b_j)$  de bases de  $\mathcal{E}_x$ , toutes définies sur la fermeture algébrique  $K(x)^{\text{alg}}$  de  $K(x)$  dans  $\Lambda$ , possédant la propriété suivante : *pour tout  $\Lambda' \in \mathbf{C}_\Lambda$ , tout élément de  $\mathbf{T}_x(\Lambda')$  est, lorsqu'on le voit comme un réseau de  $\mathcal{E}_x \otimes \Lambda'$ , diagonalisé par l'une des  $b_j$* . On en déduit, compte-tenu de la description explicite du plongement de  $\mathbf{T}$  dans l'espace des réseaux relatifs de  $\mathcal{E}$ , qu'il existe une famille finie  $(f_j)$  de fonctions sur  $\mathcal{X}_x$ , toutes définies sur  $K(x)^{\text{alg}}$ , dont les normes séparent universellement (i.e. sur tout  $\Lambda' \in \mathbf{C}_\Lambda$ ) les points de  $\mathbf{T}_x$ ; en particulier (c'est ce dont nous aurons besoin), les  $f_j$  séparent universellement les points de chacune des fibres de  $\mathbf{T}_x \rightarrow \mathbf{S}_x$ . Quitte à élever chacune des  $f_j$  à une puissance convenable de l'exposant caractéristique de  $K$  (ce qui ne modifie pas leur capacité à séparer les points), on peut supposer que les  $f_j$  appartiennent à une extension finie séparable de  $K(x)$  dans  $\Lambda$ .

Par ce qui précède et par le théorème de compacité, il existe :

- une famille finie  $(\mathcal{U}_i)_i$  de sous-schémas localement fermés, intègres et affines de  $\mathbb{A}_K^{n-1}$ ;
- pour tout  $i$ , un revêtement fini galoisien connexe  $\mathcal{V}_i \rightarrow \mathcal{U}_i$  et un sous-foncteur définissable  $V_i$  de  $\mathcal{V}_i$ , de sorte que les images des  $V_i$  recouvrent  $\mathbb{A}_K^{n-1}$ ;
- pour tout  $i$ , un sous-ensemble fini  $\Theta_i$  de  $\mathcal{O}_{\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} \mathcal{V}_i}(\mathcal{X} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} \mathcal{V}_i)$  tel que les fonctions  $|f|$ , pour  $f$  parcourant  $\Theta_i$ , séparent universellement les points des fibres de  $\mathbf{T} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} V_i \rightarrow \mathbf{S} \times_{\mathbb{A}_K^{n-1}} V_i$ .

## RÉFÉRENCES

- [1] Antoine Ducros. Espaces de Berkovich, polytopes, squelettes et théorie des modèles. *Confluentes Math.*, vol. 4 (2012), n° 4, art. 1250007. DOI : 10.1142/S1793744212500077.

Manuscrit reçu le 6 septembre 2013,  
révisé le 9 septembre 2013,  
accepté le 9 septembre 2013.

Antoine DUCROS  
Institut de mathématiques de Jussieu, Université Pierre-et-Marie Curie;  
Institut universitaire de France  
ducros@math.jussieu.fr